

IOANA MONALISA MANEA
CRISTINA NEAGOE

**Culegere de probleme
de matematică
pentru clasa a 8-a**

Ediția XXVI
respectă programa școlară de matematică
aprobată prin OMEN 3393/2017

EDITURA ED. AS. UNICUM
BUCUREȘTI

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială	6
2. Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$	9
2.1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei	9
2.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor	10
2.3. Intersecția și reuniunea intervalelor	11
2.4. Inecuații de forma $ax+b \geq 0$ ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$	12
Teste de evaluare	14
3. Calcul algebric în $\mathbb{R}$	16
3.1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere; reducerea termenilor asemenea	16
3.2. Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a numerelor reale reprezentate prin litere	17
3.3. Formule de calcul prescurtat	19
3.4. Aplicații	24
3.5. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$	28
Teste de evaluare	32
3.6. Frații algebrice: amplificarea și simplificarea	34
3.7. Operații cu fracții algebrice	36
Teste de evaluare	39
3.8. Ecuații de forma $ax^2+bx+c=0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$	40
Teste de evaluare	42
3.9. Probleme propuse la examenele naționale	43
4. Funcții	46
4.1. Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice	46
4.2. Funcții de forma $f:D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și D este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice	48
4.3. Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană, mod și amplitudine ale unui set de date)	53
Teste de evaluare	55
4.4. Probleme propuse la examenele naționale	56
5. Elemente ale geometriei în spațiu	58
5.1. Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului, relații între puncte, drepte, plane	58
5.2. Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat, conul circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări	59
5.3. Corpuri geometrice: prisma dreaptă, paralelipipedul dreptunghic, cubul, cilindrul circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări	60
5.4. Poziții relative a două drepte în spațiu, drepte paralele	62
5.5. Unghiul a două drepte în spațiu	63
5.6. Poziții relative ale unei drepte față de un plan, dreaptă paralelă cu un plan	64

5.7.	Poziții relative a două plane, plane paralele	65
5.8.	Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate, trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept	66
5.9.	Drepte perpendiculare, dreapta perpendiculară pe un plan; aplicații: înălțimea unei piramide, înălțimea unui con circular drept	67
5.10.	Distanța dintre două plane paralele, înălțimea prisme drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept, a trunchiului de piramidă, a trunchiului de con circular drept	69
	Teste de evaluare	70
5.11.	Plane perpendiculare, aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate	71
5.12.	Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan	72
5.13.	Unghiul dintre o dreaptă și un plan, lungimea proiecției unui segment	73
5.14.	Teorema celor trei perpendiculare; calculul distanțelor de la un punct la o dreaptă, de la un punct la un plan, între două plane paralele	74
5.15.	Unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului; unghiul dintre două plane	76
5.16.	Plane perpendiculare	78
	Teste de evaluare	79
6.	Arii și volume ale unor corpuri geometrice	81
6.1.	Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate, determinare prin calcul	81
6.2.	Paralelipipedul dreptunghic	81
6.3.	Cubul	83
6.4.	Prisma patrulateră regulată	85
6.5.	Prisma triunghiulară regulată și prisma hexagonală regulată	86
	Teste de evaluare	88
6.6.	Piramida patrulateră regulată	89
6.7.	Piramida triunghiulară regulată, tetraedrul și piramida hexagonală regulată	92
6.8.	Trunchiul de piramidă patrulateră regulată	94
6.9.	Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată și trunchiul de piramidă hexagonală regulată	96
	Teste de evaluare	99
6.10.	Cilindrul circular drept	100
6.11.	Conul circular drept	101
6.12.	Trunchiul de con circular drept	103
6.13.	Sfera	105
	Teste de evaluare	107
6.14.	Probleme propuse la examenele naționale	108
7.	Modele de lucrări semestriale	110
8.	Modele de teste pentru Evaluarea Națională	114
9.	Soluții	125

Testul 1

- I. 1. Rezultatul calculului $-0,2 \cdot 5 + (-1)^2$ este: a) 2; b) 0; c) 1; d) 3.
2. Numărul elementelor din mulțimea $\{3,8; -1,(3); \sqrt{36}; \pi\} \cap \mathbb{Q}$ este: a) 1; b) 4; c) 3; d) 2.
3. Cel mai mare număr întreg mai mic decât $-3\sqrt{3}$ este ...
4. **MP** Un copil a cheltuit 10% din banii lui ceea ce reprezintă 6 lei. Ce sumă a avut la început? a) 100 lei b) 60 lei c) 30 lei d) 200 lei.
5. Soluția reală a ecuației $1-2x=3$ este: a) 1; b) -1; c) 2; d) -2.
6. Trapezul cu bazele de lungimi 24 cm și 10 cm are linia mijlocie egală cu: a) 12 cm; b) 5 cm; c) 17 cm; d) 7 cm.
7. Un dreptunghi $ABCD$ are $AB=3$ cm și $AC=5$ cm. Perimetrul dreptunghiului este de: a) 16 cm; b) 14 cm; c) 12 cm; d) 18 cm.
8. Valoarea lui $\sin 30^\circ$ este: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
9. În $\triangle ABC$ se știe că $DE \parallel AC$, $BE=6$ cm, $EC=8$ cm, $D \in [AB]$, $E \in [BC]$. Atunci valoarea raportului $\frac{AD}{AB}$ este: a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{4}{3}$; c) $\frac{4}{7}$; d) $\frac{3}{7}$.
- II. 10. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuația $2x - \frac{x+1}{2} \leq 1$.
11. **MP** 7 kg mere și 3 kg portocale costau 39 lei. După o scumpire cu 20% la mere și 10% la portocale, 3 kg mere și 5 kg portocale costă 43,80 lei. Cât costă 1 kg de mere, respectiv 1 kg de portocale?
12. Fie $\triangle ABC$ cu $AB=8$ cm, $\sphericalangle B=60^\circ$, $\sphericalangle C=45^\circ$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$. Dacă P, R , și Q sunt mijloacele laturilor $[AB]$, $[AC]$ și, respectiv, $[BC]$ aflați: a) lungimea înălțimii AD ; b) perimetrul $\triangle ABC$; c) perimetrul patrulaterului $PQQR$.

Testul 2

- I. 1. Rezultatul calculului $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,25$ este ...
2. Lungimea cercului de diametru 5 cm este ...
3. Cel mai mare număr natural, mai mic decât $2\sqrt{5}$ este ...
4. Probabilitatea ca, alegând un număr din primele 10 numere naturale, acesta să fie prim este de ...
5. Soluția naturală a ecuației $|1-3x|=5$ este ...
6. Dacă o linie mijlocie într-un triunghi echilateral are 8 cm atunci perimetrul triunghiului este de ...
7. Un paralelogram $ABCD$ cu $AB=6$ cm, $BC=8$ cm, $\sphericalangle B=30^\circ$ are aria ...
8. Un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=5$ cm și aria de 60 cm^2 are diagonala de ...

9. Patrulaterul în care diagonalele se înjumătățesc și sunt congruente este ...

II. 10. Rezolvați: a) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} = x - \frac{4-x}{6}$; b)
$$\begin{cases} 2-3(x+y)=5x-2y \\ 5-\frac{x}{2}=x-\frac{x-y}{2} \end{cases}.$$

11. **MP** După ce a mâncat 35% din bomboanele pe care le avea, unui copil i-au rămas cu 6 mai multe decât a mâncat deja. Câte bomboane a avut la început?

12. Fie $ABCD$ un trapez isoscel $AB \parallel CD$, $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $DC = 8\sqrt{2}$ cm și $AC \perp DB$.

a) $AC = ?$ b) $A_{ABCD} = ?$ c) $P_{ABCD} = ?$ d) $d(A; BC) = ?$

Testul 3

I. 1. Rezultatul calculului $\frac{3}{8} : (-4)^{-1} + \left(-\frac{2}{3} + 1\right)$ este egal cu: a) $-\frac{1}{6}$; b) $\frac{11}{6}$; c) $-\frac{7}{6}$; d) $-\frac{19}{6}$.

2. Fie mulțimea $A = \left\{-\sqrt{8}; \sqrt{36}; \sqrt{\frac{2}{9}}; -\sqrt{6\frac{1}{4}}; (-3)^2\right\}$. Mulțimea $A \cap \mathbb{Z}$ are ... elemente.

3. Aria cercului de rază $\sqrt{2}$ cm este ...

4. Efectuând produsul cartezian $\{2; 3\} \times \{0; 2\}$ se obține ...

5. **MP** O persoană avea inițial suma de 340 lei. A cheltuit o parte din ea rămânând cu 153 lei. Procentul reprezentând suma cheltuită este: a) 44%; b) 45% c) 52% d) 55%.

6. Perimetrul unui pătrat este egal cu 48 cm. Aria pătratului este de ... cm^2 .

7. Dacă un dreptunghi are diagonala de 25 cm și lungimea de 20 cm, perimetrul acestuia este de ... cm.

8. Dacă $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ și $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 12$ cm iar perimetrul $\triangle DEF$ este 78 cm atunci lungimea laturii EF este egală cu: a) 18 cm; b) 52 cm; c) 24 cm; d) 36 cm.

9. Calculând $\text{tg } 45^\circ - \sin 30^\circ$ se obține ...

II. 10. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $\frac{x-3}{2} - \frac{3x+1}{4} = \frac{2(x+6)}{3}$.

11. Fie numerele $a = \left(\sqrt{27} - \sqrt{5^{-1}} - \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{5}}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + 1\right)^{-1}$ și $b = \sqrt{4^2 + 8^2}$.

a) Să se determine $x \in \mathbb{Z}$ știind că $x < a < x + 1$.

b) Să se calculeze media aritmetică a numerelor a și b .

12. Fie $\triangle ABC$ cu $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ și (BM bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $M \in [AC]$ iar $ME \perp BC$, $E \in [BC]$).

Știind că $\sphericalangle BMA = 60^\circ$ și $BM = 12$ cm, să se determine: a) înălțimea AD a $\triangle ABC$, $D \in [BC]$;

b) raportul ariilor $\triangle CEM$ și $\triangle CAB$; c) perimetrul $\triangle ABC$, rotunjit la cel mai apropiat număr

întreg.

I. 1. Rezultatul calculului $\left(-1\frac{1}{9}\right) : \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{3} - \frac{5}{36}\right)$ este: a) 4; b) -4; c) -1; d) 1.

2. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \leq 4\}$. Atunci $A \cap \mathbb{N}$ are ... elemente.

3. Valoarea de adevăr a propoziției „ $-2\sqrt{3} < -3,5$ ” este: a) A; b) F.

4. În $\triangle ABC$ cu $\sphericalangle A = 90^\circ$, $AB = 4$ cm și $BC = 5$ cm, $\sin(\sphericalangle C)$ este: a) $3/4$; b) $5/4$; c) $4/5$; d) $3/5$.

5. Dacă 420 reprezintă 35% dintr-un număr atunci acesta este egal cu:

a) 1200; b) 174; c) 147; d) 84.

6. Ecuația $a + 3(x - 2) = x$ admite ca soluție numărul întreg -2 . Valoarea lui a este ...

7. Dacă aria unui romb este egală cu 24 cm^2 și o diagonală are lungimea de 8 cm, cealaltă diagonală este egală cu: a) 3 cm; b) 4 cm; c) 6 cm; d) 8 cm.

8. Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu 48 cm. Aria lui este ... cm^2 .

9. Pe laturile $[AB]$ și $[AC]$ ale $\triangle ABC$ se iau punctele M , respectiv N astfel încât $MN \parallel BC$, $AB = 20$ cm, $AM = 4$ cm. $NC = 24$ cm. Lungimea laturii AC este egală cu:

a) 6 cm; b) 8 cm; c) 16 cm; d) 30 cm.

II. 10. Să se arate că $x \in \mathbb{Z}$ dacă $x = \left(2\sqrt{45} - \sqrt{20}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{1\frac{3}{5}}\right) : \sqrt{200}^{-1}$.

11.  Un automobilist avea de parcurs 180 km. Dacă mărește viteza cu 20% va ajunge cu o jumătate de oră mai devreme. Cu ce viteză își propusese să meargă?

12. Fie $\triangle ABC$ dreptunghic cu $\sphericalangle A = 90^\circ$, $\sphericalangle B = 60^\circ$ și $AC = 6$ cm. Să se determine: a) aria triunghiului; b) lungimea cercului circumscris triunghiului; c) perimetrul $\triangle AOC$ rotunjit la cel mai apropiat număr întreg, O fiind centrul cercului circumscris $\triangle ABC$.

2. Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$

2.1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei

1. Determinați elementele mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 45 : (4x+1)\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 10 : (2x+1)\}$. Aflați card($A \cup B$).

2. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{a \in \mathbb{Z} \mid 16 : a \text{ și } (a+1) \mid 15\} \text{ și } B = \{a \in \mathbb{Z} \mid a : 5 \text{ și } (a+2) \mid 21\}.$$

3. Aflați elementele mulțimilor $A = \{a \in \mathbb{Q} \mid (2a+1)\sqrt{2} \in \mathbb{Q}\}$ și $B = \{a \in \mathbb{Q} \mid (3a\sqrt{3} + \sqrt{27}) \in \mathbb{Q}\}$.

4. Fie mulțimea $A = \left\{-4^0; 0; \sqrt{0,25}; (-8)^0; \frac{298}{149}\right\}$.

Aflați elementele mulțimilor $B = \left\{x \in A \mid \frac{1}{x} \in A\right\}$, $C = \{x \in A \mid -x \in A\}$ și $D = \{x \in A \mid |x| \in A\}$.

5. Să se afle elementele mulțimilor: $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, |x| < 7\}$; $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq |x| < 6\}$; $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, |x| > 2\}$; $A \cup B$; $A \cap B$; $A \cap C$; $B - C$; $A - C$.

6. Să se afle elementele mulțimilor: $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^*, |x| \leq 3\}$; $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 2 < |x| \leq 5\}$; $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| \geq 0\}$; $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}, -3 \leq |x| \leq 6\}$; $A \cap B$; $D - (A \cup B)$; $B \cap C$.

7. Aflați elementele mulțimilor:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{3} < x \leq \sqrt{8}\}$ b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 - \sqrt{2} \leq x < 2\sqrt{3}\}$ c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -3\sqrt{5} < x+1\}$
d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 3\sqrt{3} \leq x^2 \leq 8\sqrt{2}\}$ e) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{2} < x^2 \leq 4\sqrt{5}\}$

8. Determinați elementele mulțimilor și cardinalul lor:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2\sqrt{2} \leq |x| < 3\sqrt{3}\}$ b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < \sqrt{x} \leq 5\}$
c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 3,5 < \sqrt{x+1} < 6,2; \sqrt{x+1} \in \mathbb{N}\}$ d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < \sqrt{x^2} < 3\sqrt{2}\}$

9. Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $-2 \in \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 4\}$ b) $\sqrt{2} \in \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 2\}$ c) $\sqrt{3} \in \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$
d) $-7 \in \{x \in \mathbb{Z} \mid 7 : x\}$ e) $91 \in \{x \in \mathbb{Z} \mid x : 7\}$ f) $1 \in \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0, |x| = 1\}$
g) $0 \in \{x \in \mathbb{R} \mid x(x-1)(x-2) = 0\}$

10. Determinați elementele mulțimilor:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x} \in \mathbb{N}, x \leq 50\}$ b) $B = \{\overline{ab} \mid \overline{aa} : \overline{bb} = 2\}$
c) $C = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} : (a+b) = 3 \text{ rest } 3\}$ d) $D = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = \overline{ba} + 2a\}$

11. Fie mulțimea $A = \{\overline{abc} \mid a \cdot b \cdot c = 18\}$. a) Aflați cardinalul mulțimii A. b) Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea A, acesta să se dividă cu 3.

12. Determinați elementele mulțimilor:

a) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{x+1} \in \mathbb{N}\right\}$ b) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{24}{3x-1} \in \mathbb{N}\right\}$ c) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{15}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$
d) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{18}{2x-3} \in \mathbb{Z}\right\}$ e) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{x+5} \in \mathbb{N}\right\}$ f) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{8}{x-4} \in \mathbb{Z}\right\}$

a) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x+1}{x+5} \in \mathbb{N}\right\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{x+7}{x-1} \in \mathbb{N}\right\}$

c) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x+3}{3x-6} \in \mathbb{N}\right\}$

d) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x}{4x-7} \in \mathbb{Z}\right\}$

e) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x+5}{5x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$

f) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6x+1}{5x+2} \in \mathbb{Z}\right\}$

14. Aflați elementele mulțimilor:

a) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq \frac{3x+1}{2} < 7\right\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{13}{2x+1} \geq 2\right\}$

c) $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x+1}{9} < \frac{2x+1}{6} \leq \frac{x+1}{4}\right\}$

15. Aflați valoarea de adevăr a propoziției „ $2, (45) \in \{x \in \mathbb{Z} \mid 4x < 10\}$ ”.

16. Precizați cardinalul mulțimilor: a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^{15} < x < 2^{17}\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^7 \leq x \leq 3^{10}\}$.

2.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor

Noțiuni de bază

Mulțimea $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ se numește interval închis și se notează $[a; b]$.

Se definesc:

- $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} = (a; b)$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\} = (-\infty; a)$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\} = (a; \infty)$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\} = (-\infty; a]$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\} = [a; \infty)$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} = [a; b]$
- $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \leq a\} = [-a; a]$
- $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| < a\} = (-a; a)$

Operațiile cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența) se pot efectua și cu intervale.

- $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; \infty)$
- $\{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| > a\} = (-\infty; -a) \cup (a; \infty)$

*

1. Să se afle valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $-2,5 \in [-3; 0)$

b) $\frac{4}{5} \in [1; 2]$

c) $\sqrt{2} \notin (1; 3)$

d) $[-3; 2) \subset [-4; 3]$

e) $\{-2; 0; 1\} \subset [-2; 2]$

f) $\{-\sqrt{3}; \sqrt{2}; \sqrt{5}\} \subset \left[-2; 2\frac{1}{5}\right]$

2. Reprezentați pe axa numerelor următoarele intervale:

a) $[-3; 0)$

b) $(-1; 3)$

c) $(-7; -2)$

d) $(-2; +\infty)$

e) $[3; 7)$

f) $(-\infty; 4]$

g) $(-10; 2]$

h) $[3; +\infty)$

i) $(-\infty; -1)$

3. Reprezentați pe axa numerelor următoarele mulțimi și precizați ce este figura geometrică apărută (segment, semidreaptă, punct):

a) $[2; 8)$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x - 7 = 0\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2x \leq x\}$

d) $(5; +\infty)$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x + 1 < 7\}$

4. Să se scrie sub formă de interval:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 5 < x < 7\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x \leq 8\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x < 100\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0,5 \leq x\}$

f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{3}\}$

5. Să se determine următoarele mulțimi:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -8\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 10 \geq x\}$

d) $\{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x\}$

e) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x\}$

f) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x\}$

g) $\{x \in \mathbb{N} \mid -3 \geq x\}$

h) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq -1\}$

i) $\{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} > x\}$

j) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{3} < x < \sqrt{2}\}$

6. Determinați mulțimile:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 4 \leq -2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 - 2x < 3\}$ c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 - 4x \geq x - 1\}$
 d) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 1 - \frac{x+1}{2} \leq x\right\}$ e) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 - 2(x-3) < x\}$

7. Scrieți sub formă de interval: a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -8 \leq x \leq 0\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 0\}$; c) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 0\}$.

8. Să se determine următoarele mulțimi:

- a) $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\sqrt{3}\}$ b) $\{x \in \mathbb{N} \mid -2,5 \leq x < 10\}$ c) $\{x \in \mathbb{N} \mid |x| > -2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 2\}$
 e) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\sqrt{2}\}$ f) $\{x \in \mathbb{N} \mid |x| < 1 + \sqrt{2}\}$ g) $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1 - \sqrt{3}\}$

9. Determinați mulțimile:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x + 1 < 8\}$ b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq \frac{x+1}{2} \leq 3\right\}$ c) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq \frac{2x+3}{3} \leq 1\right\}$
 d) $\{x \in \mathbb{R} \mid |2x+1| \leq 5\}$ e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \left|\frac{x-2}{3}\right| \leq 4\right\}$ f) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x+1| \geq 2\}$

10. Să se arate că $\frac{3a+2b}{5} \in (a; b)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}, a < b$.

11. Să se arate că dacă $a, b \in (0; 1)$ atunci: a) $ab - a - b + 1 > 0$; b) $b < (3-a)/2$.

12. Să se arate că dacă $[a; b] \subset (2; 5)$ atunci: a) $|a-b| < 3$; b) $ab - 5a - 2b + 10 < 0$.

2.3. Intersecția și reuniunea intervalelor

1. Să se calculeze: a) $(-2; 5] \cup \{-2; -1; 2; 3; 5\} =$ b) $(1; 3) \cup (3; 5) \cup \{1; 3; 5\} =$
 c) $\left(-\frac{3}{2}; 0\right] \cup (-1; 4] =$ d) $\left(-\sqrt{3}; \frac{2}{5}\right] \cup (-\sqrt{5}; 0, (3)] =$ e) $\left\{-1; 0; \frac{4}{5}\right\} \cup (-2; 0, 8) =$

2. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât:

- a) $[a; 3] \cup (2; 5] = [-3; 5]$ b) $[a; a+1] \cup \left\{1; \frac{7}{4}\right\} = [1; 2]$ c) $[a; 5] \cup [a; \sqrt{2}] = [-1; 5]$

3. Aflați numerele reale x și y dacă: a) $(x; y] \cup (2; 3) = (1; 3]$; b) $[x; y] \cup (-4; 0) = [-4; 0]$.

4. Aflați numerele întregi x și y dacă: a) $(x; y] \cup [5; 6) = [5; 7]$; b) $(x; y) \cup \{1; 2; 3\} = [1; 3]$.

5. Să se calculeze: a) $[2; 4] \cap [4; 7] =$ b) $(-1; 4, 5] \cap \{-1; 4; 5\} =$

- c) $\left(-\frac{4}{5}; 1\right] \cap [0; 5] =$ d) $(-3; -\sqrt{2}) \cap [-\sqrt{5}; 4) =$ e) $(-8; 5) \cap [5; 6] =$

6. Aflați numerele reale x și y dacă: a) $(x; y) \cap [3; 5) = (3; 4)$; b) $(x; y) \cap (3; 8) = (4; 6)$.

7. Să se determine x și y numere întregi știind că:

- a) $(x; y) \cap \mathbb{Z} = \{-4\}$ b) $(x; y) \cap \mathbb{Z} = \{1; 2\}$ c) $(0; y] \cap [x; 3) = [x; y]$

8. Aflați elementele mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 2x + 1 \leq 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\}$ și $A \cap B$.

9. Să se calculeze:

- a) $[-3; 5] - (2; 8) =$ b) $[-4; 6] - (-2; 4) =$ c) $(-3; 0) - [-6; 2] =$ d) $[4; 5) - (4; 6)$
 e) $[-\sqrt{2}; 3] - [4; 6] =$ f) $[\sqrt{2}; 5] - \{\sqrt{2}; 8, (6)\} =$ g) $\{-3; 5; -\sqrt{3}; 0; \sqrt{2}\} - [-2; 2) =$